CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS

Centre de préparation au Diplôme d'Etat d'Audioprothésiste

Epreuve de mathématiques - durée 1 heure
6 juillet 2007

Tous les exercices sont indépendants.
La calculette est autorisée

En annexe : un formulaire.

Exercice 1 :

Soit la fonction f_m de la variable réelle x, définie par :

$$f_m(x) = Ln(x^2 - (m+1)), \text{ où } m \text{ est un paramètre réel.}$$

On appellera $\mathcal{C}_m$ sa courbe représentative dans le plan P, rapporté au repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A. On se place dans le cas où $m = -2$
   1. Etudier f_{-2} sur son ensemble de définition
   2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe en $x = -1$

B. On se place dans le cas où $m = -1$
   1. Etudier f_{-1} sur son ensemble de définition
   2. Soit C_{-1} sa courbe représentative dans le plan P. Déterminer l'aire de la portion de plan délimitée par C_{-1}, l'axe des x, les droites verticales d'équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$.
   3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre la courbe C_{-1} et la droite d'équation $y = 2$

C. On se place dans le cas où $m = 0$
   Etudier f_0 sur son ensemble de définition

D. Etudier, selon le paramètre m la fonction f_m sur son ensemble de définition.

Exercice 2 :

Soit $A(2;0;5)$, $B(2;1;1)$ et $C(1;-1;2)$ trois points d'un espace rapporté au repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1. Montrer que ABC est un triangle isocèle rectangle
2. Déterminer l'équation de la droite (A, B)

Exercice 3 :

Résoudre dans $\Re$ l'inéquation :

$$\sin 2x > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Exercice 4 :

Déterminer le module et l'argument du nombre complexe $z = 1 + \cos\theta + i\sin\theta$.

Exercice 5 :

Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $Z^3 = 1$

Exercice 6 :

Calculer $\int_0^{\pi} \cos x \, e^{2x} \, dx$

1ère année - audio

Formulaire de mathématiques

Trigonométrie :

Soit x un arc, l'image de x est le point $M\,.\,x$, mesure de $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM})$

$$\begin{cases} x_M = \cos x & -1 \le \cos x \le 1 \\ y_M = \sin x & -1 \le \sin x \le 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tgx = \dfrac{\sin x}{\cos x}, & x \ne \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\,. \end{cases}$$

$$\begin{cases} ctgx = \dfrac{\cos x}{\sin x}, & x \ne k\pi,\ k \in Z\,. \end{cases}$$

Formules fondamentales :

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + tg^2 x}$$

$$ctgx = \frac{1}{tgx}$$

Formules d'addition :

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$
$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$
$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$
$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Formules de duplication :

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$
$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$
$$tg2x = \frac{2tgx}{1 - tg^2 x}$$

Si $t = tg\dfrac{x}{2}$ $\begin{cases} \sin a = \dfrac{2t}{1+t^2} \\ \cos a = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}\,. \\ tga = \dfrac{2t}{1-t^2} \end{cases}$

Formules de transformation en produit d'une somme ou d'une différence de sinus ou de cosinus :

$$\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$
$$\cos p - \cos q = -2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$
$$\sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$
$$\sin p - \sin q = 2\cos\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$

Formules de transformation en somme ou différence d'un produit de sinus ou de cosinus :

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)$$
$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)$$
$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)$$

Dérivées usuelles :

fonctions	Fonctions dérivées	intervalles
$x^n \quad n \in Z$	nx^{n-1}	$\Re^*$.
$x^\alpha \quad \alpha \in \Re$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\Re^{+*}$.
$e^{cx} \quad c \in C$	ce^{cx}	$\Re$.
$Ln\lvert x\rvert$	$\dfrac{1}{x}$	$\Re^*$.
$\cos x$.	$-\sin x$	$\Re$.
$\sin x$	$\cos x$.	$\Re$.
tgx	$\dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x$	$\Re - \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$
$ctgx$	$-\dfrac{1}{\sin^2 x} = 1 - ctg^2 x$	$\Re - \{k\pi\}$
chx.	shx	$\Re$.
shx	chx.	$\Re$.
thx	$\dfrac{1}{ch^2 x} = 1 - th^2 x$	$\Re$.
$Arc \cos x$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1;1[$
$Arc \sin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1;1[$
$Arc\ \mathrm{tg} x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\Re$.

Primitives usuelles :

fonctions	Fonctions primitives	intervalles
$x^n \quad n \in Z - \{-1\}$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$	$\Re$.
$x^\alpha \quad \alpha \in \Re$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\Re^{+*}$.
$e^{cx} \quad c \in C^*$	$\dfrac{e^{cx}}{c}$	$\Re$.
$\dfrac{1}{x-a} \quad a \in \Re$.	$Ln\lvert x-a\rvert$.	$\Re - \{a\}$
$\cos x$.	$\sin x$	$\Re$.
$\sin x$	$-\cos x$.	$\Re$.
tgx.	$-Ln\lvert\cos x\rvert$.	$\Re - \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$.
$ctgx$	$-Ln\lvert\sin x\rvert$.	$\Re - \{k\pi\}$
chx.	shx	$\Re$.
shx	chx.	$\Re$.
thx	$Ln(chx)$	$\Re$.
$\dfrac{1}{\cos^2 x}$	tgx.	$\Re - \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi\right\}$.
$\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$ctgx$.	$\Re - \{k\pi\}$.
$\dfrac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad a \in \Re^{+*}$	$Arc \sin \dfrac{x}{a}$.	$]-a\ ;\ a[$
$\dfrac{1}{a^2 + x^2} \quad a \in \Re^{+*}$	$\dfrac{1}{a} Arc\ \mathrm{tg} \dfrac{x}{\mathrm{a}}$.	$\Re$.

Développements limités:

$f(x)$ au voisinage de x_0 :

$$\boxed{f(x)=f(x_0)+(x-x_0)f'(x_0)+\frac{1}{2}(x-x_0)^2 f''(x_0)+\ldots\ldots+\frac{1}{n!}(x-x_0)^n f_n^{[n]}(x_0)+(x-x_0)^n\varepsilon(x)}$$

$$\frac{1}{1+x}=1-x+x^2-\ldots\ldots+(-1)^n x^n+x^n\varepsilon(x).$$

$$(1+x)^q=1+qx+\frac{q(q-1)}{2!}x^2+\frac{q(q-1)(q-2)}{3!}x^3+\cdots+\frac{q(q-1)(q-2)\cdots(q-n+1)}{n!}x^n+x^n\varepsilon(x).$$

$$e^x=1+x+\frac{1}{2!}x^2+\frac{1}{3!}x^3+\cdots+\frac{1}{n!}x^n+x^n\varepsilon(x).$$

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{4!}+\cdots+\frac{(-1)^p}{(2p)!}x^{2p}+x^{2p}\varepsilon(x).$$

$$\sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\cdots+\frac{(-1)^p}{(2p+1)!}x^{2p+1}+x^{2p+1}\varepsilon(x).$$

$$Ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\cdots+(-1)^{n+1}\frac{x^n}{\mathrm{n}}+x^n\varepsilon(x).$$

$$x=1+\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{4!}+\cdots+\frac{1}{(2p)!}x^{2p}+x^{2p}\varepsilon(x)$$

$$sshx=x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\cdots+\frac{1}{(2p+1)!}x^{2p+1}+x^{2p+1}\varepsilon(x)$$

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS

Centre de préparation au diplôme d'état d'audioprothésiste

Épreuve de physique – durée 2 heures
6 Juillet 2007

EXERCICE 1 : LE TÉLÉPHONE SANS ÉLECTRICITÉ (12 points)

Deux pots de yaourt sont fixés aux deux extrémités d'une ficelle de longueur $L = 2{,}0$ m. On parle dans le pot A qui vibre sous l'action des ondes sonores. Il transmet cette onde via la ficelle tendue. En atteignant l'extrémité B de la ficelle, l'onde fait vibrer le pot B qui va alors émettre une onde sonore.
La célérité d'une onde dans la ficelle est donnée par la relation : $V = (T/\mu)^{1/2}$
Où T est la tension de la ficelle en newton et μ la masse linéique de la ficelle

$\mu = 8{,}0.10^{-4}$ kg/m.

L'enfant tenant le pot A tire la ficelle vers lui pour la tendre. Pour cela, il, exerce une force $T_A = 50$N sur l'extrémité A. Il parle ensuite dans le pot A pour communiquer avec son camarade.

1. Expliquer pourquoi il est impératif de tendre la ficelle, donc d'exercer une tension à ses extrémités pour utiliser ce téléphone rudimentaire.
2. En considérant le système {ficelle} immobile, déterminer les caractéristiques de la force exercée par l'enfant tenant le pot B. Le poids de la ficelle sera négligé pour cette seule question.
3. Dans ces conditions, avec quel retard l'enfant B entend-il l'enfant A parler ?

L'onde qui se propage le long de la ficelle est une onde longitudinale. On définit l'amplitude, notée U de cette onde. L'énergie E portée par l'onde a pour expression : $E = k.U^2$ où k est un coefficient de proportionnalité.
Soit $U_A = 1{,}0.10^{-4}$mm, l'amplitude du signal à l'extrémité A et on notera E_A, l'énergie du signal à la même extrémité de la corde.
La ficelle dissipe une partie de l'énergie de l'onde pendant sa propagation, c'est un milieu dissipatif : 10% de l'énergie portée par l'onde est dissipée chaque fois qu'elle parcourt $l_0 = 1{,}0$m de ficelle.
On peut ainsi définir un taux de dissipation linéique : $\tau = 0{,}10$.

4. On considère une corde de longueur $L = l_0 = 1{,}0$ m, donner l'expression de l'énergie E_B du signal lorsqu'il atteint l'extrémité de la ficelle en fonction de E_A et τ puis l'expression de l'amplitude U_B du signal lorsqu'il atteint l'extrémité B en fonction de E_A et τ .
5. En considérant maintenant une ficelle de longueur $L = 2l_0 = 2{,}0$m, donner l'expression de l'énergie E_B et la valeur de l'amplitude U_B du signal lorsqu'il atteint l'extrémité B.
6. En considérant une corde de longueur L, déterminer le nombre de fois que l'onde va parcourir une longueur l_0 en fonction de L et l_0.
7. En généralisant le raisonnement des questions 4 et 5 à une corde de longueur L, montrer que l'amplitude U_B à l'extrémité B de la ficelle a pour expression :
$$U_B = U_A . (1 - \tau)^{L/210}$$
8. Le système défini par pot de yaourt, oreille} permet de percevoir une onde d'amplitude $U_{min} = 1{,}0.10^{-8}$mm. Si l'amplitude en A vaut $U_A = 1{,}0.10^{-4}$mm, quelle est la longueur maximale de la ficelle que peuvent utiliser les 2 enfants pour s'entendre ?
9. Avec quel retard, l'enfant B entendrait-il son camarade ?

EXERCICE 2 : CONDENSATEUR D'UN FLASH (8 points)

On se propose d'étudier le fonctionnement d'un flash d'appareil photographique jetable.
Pour obtenir un éclair de puissance lumineuse suffisante, on utilise un tube flash qui nécessite pour son amorçage une forte tension (au moins 250V) pour émettre un éclair très bref. Pour stocker l'énergie électrique nécessaire au fonctionnement du tube flash, on utilise un condensateur de capacité C. Ce condensateur est chargé à l'aide d'un circuit électronique alimenté par une pile. Le schéma de fonctionnement de ce dispositif est représenté en annexe.

► l'alimentation est assurée par une pile de tension continue U_1 = 1,50V
► un circuit électronique permet d'élever la tension U_1 à une tension continue U_2 = 300V
► un conducteur ohmique de résistance R = 1,00kΩ permet la charge du condensateur de capacité C = 150µF en plaçant l'interrupteur inverseur K_2 en position 1 et en fermant l'interrupteurK_1.
► le tube flash est déclenché (une fois le condensateur chargé) en basculant l'interrupteur K_2 en position 2.

1. Charge du condensateur

On charge le condensateur en fermant l'interrupteur K_1.

1.1. On donne l'expression de la constante de temps τ = RC. Vérifier par analyse dimensionnelle l'homogénéité de la cette formule.

1.2. Calculer numériquementτ.

1.3. Calculer l'énergie emmagasinée E par le condensateur de capacité C une fois la charge terminée à la tension U_2.

1.4. En calculant l'énergie E' qu'aurait stockée le condensateur directement à l'aide de la pile (tension U_1), justifier l'intérêt de charger le condensateur avec une haute tension de 300V.

2. Décharge

En plaçant l'interrupteur inverseur K_2 sur la position 2, on provoque le flash grâce à l'énergie stockée dans le condensateur. On enregistre la tension u aux bornes du condensateur C (voir graphique en annexe).

2.1. Comparaison entre durée de charge et durée de décharge

2.1.1. Déterminer graphiquement la constante de temps τ' correspondant à la décharge en précisant la méthode employée (l'annexe complétée sera rendue avec la copie).

2.1.2. Comparer les constantes de charge τ et de décharge τ'. Ce constat est-il en accord avec les conditions de fonctionnement d'un tube flash ?

2.2. On assimilera, après amorçage, le tube flash à un conducteur ohmique de résistance r.

2.2.1. Représenter alors le schéma électrique.

2.2.2. Montrer que l'équation différentielle de la décharge du condensateur à travers un conducteur ohmique de résistance r, est de la forme :

$$du / dt + u / rC = 0$$

2.3. Vérifier que la solution est de la forme $u(t) = U_0. \exp(-t/\tau')$ où exp signifie exponentielle.

2.4. Que représente U_0 pour le fonctionnement du tube flash ?

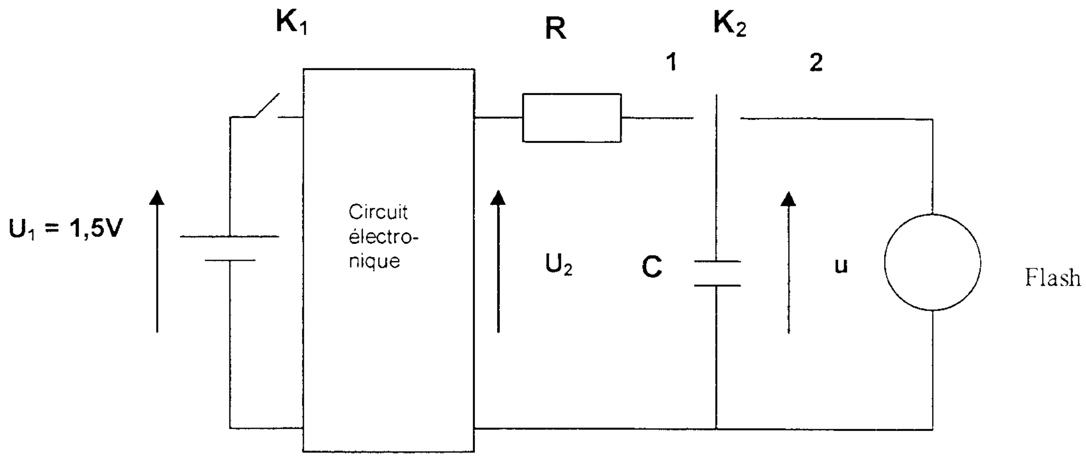
2.5. Déterminer U_0. Cette valeur est-elle en accord avec la production de l'éclair ?

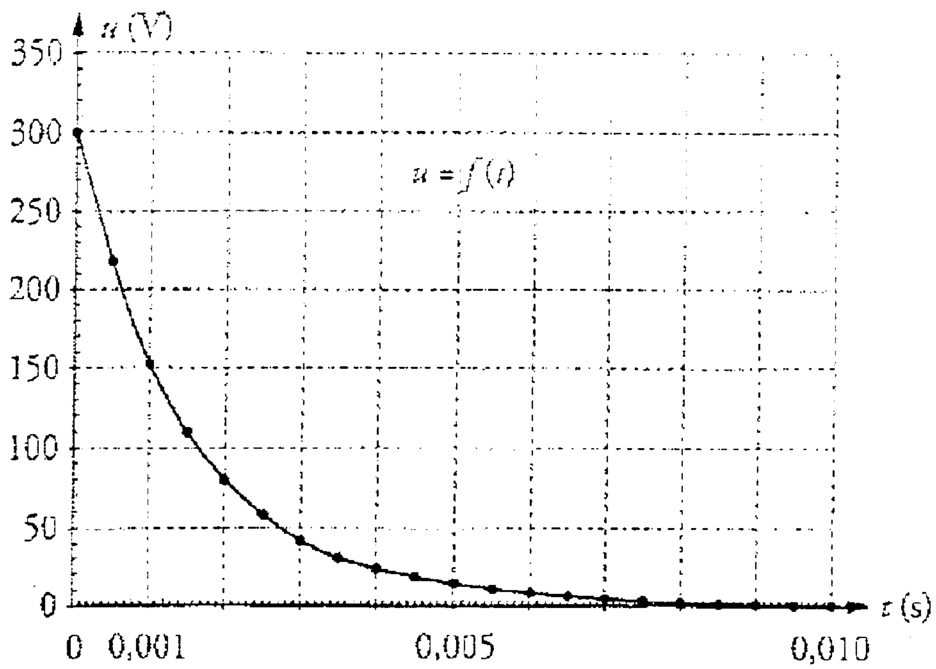
ANNEXE

A rendre avec la copie

Numéro de candidat :

EXERCICE 2





CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS

Centre de préparation au diplôme d'état d'audioprothésiste

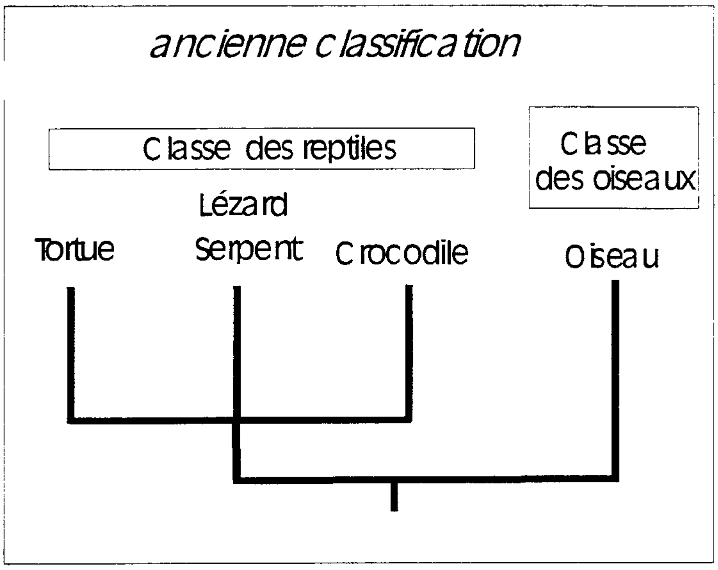
Epreuve de biologie - durée 2 heures
6 juillet 2007

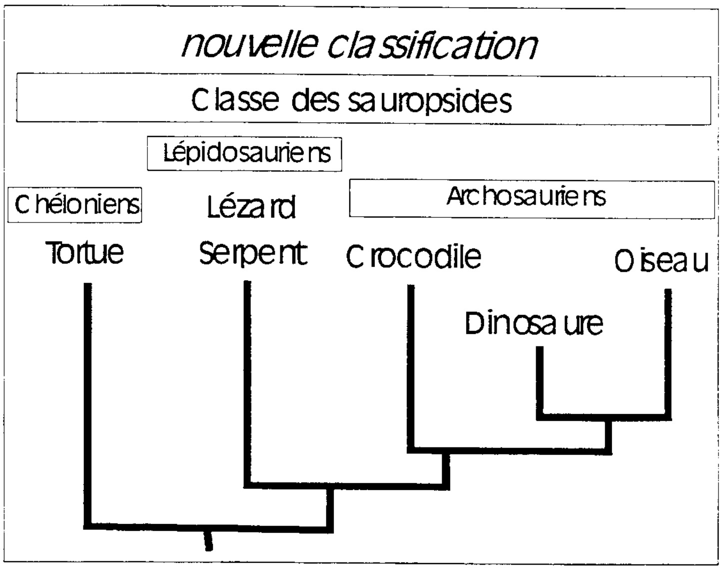
Question n°1 : (6 points) Classification ancienne et classification phylogénétique.

La classification des êtres vivants a été fondamentalement remaniée par l'utilisation de nouvelles méthodes de la phylogénie. De nombreux groupes de l'ancienne classification ont disparu.
Après avoir noté les différences entre les deux classifications, montrez en quoi l'exploitation du document 2 justifie l'abandon de l'ancienne classification.
Il sera tenu compte de la clarté des justifications.

Document 1 :

Deux classifications des "reptiles"





Document 2 : Matrice taxons / caractères

	Nombre de fenêtres temporales	Présence d'une cavité amniotique	Nombre de doigts à la main	Présence d'une fenêtre mandibulaire	Os du poignet en demi-lune
Serpent	**2**	**oui**	**0**	non	non
Lézard	**2**	**oui**	5	non	non
Tortue	0	**oui**	5	non	non
Crocodile	**2**	**oui**	5	**oui**	non
Dinosaure	**2**	**oui**	**3**	**oui**	**oui**
Oiseau	**2**	**oui**	**3**	**oui**	**oui**

Les états dérivés des caractères sont indiqués ***en gras***

Question n°2 : (6 points) La masculinisation de l'appareil génital et son contrôle.

Après avoir décrit l'appareil génital indifférencié d'un fœtus,
expliquez les mécanismes qui, chez un individu de caryotype XY, conduisent à la formation de l'appareil génital masculin fonctionnel.

Votre réponse comprendra une introduction, un développement structuré et une conclusion présentée sous forme d'un schéma fonctionnel.
Par « appareil génital », on entend gonades et voies génitales, à l'exclusion des glandes annexes et des organes génitaux externes.

Question n°3 : (6 points) Maintien d'un gène morbide : la mucoviscidose.

la mucoviscidose est une maladie grave d'origine monogénétique, qui se manifeste par de sérieux symptômes respiratoires et digestifs. On s'interroge sur le fait que 20% de la population française soi porteuse du gène muté.

Formulez une hypothèse qui permettrait d'expliquer le nombre élevé de porteurs sains dans la population en utilisant les documents.

Document 1 : le rôle du gène

L'origine de la maladie est liée à la présence de la mutation ΔF58 découverte par L.R Tsui et J.R.Riordon sur le gène codant pour la protéine CFTR (Cystic Fibrosis Transmembrane Conductance Régulator) modifiée au niveau de l'acide aminé 508.
La protéine CFTR est présente dans les membranes cytoplasmiques où elle permet les échanges d'ions Cl^- et par conséquent d'eau. Son altération interdit le passage des ions Cl^- et d'eau, ceci entraînant une augmentation de la viscosité des mucus, en particulier au niveau des poumons et de l'appareil digestif.

Document 2 : Etude in vitro de la pénétration de Salmonella typhi dans les cellules intestinales

Salmonella typhi est une bactérie responsable de la typhoïde, inflammation très grave du tube digestif pouvant entraîner la mort. Pour provoquer la maladie, la bactérie doit entrer dans les cellules.
Une série de travaux sur diverses cultures cellulaires montre que Salmonella pénètre beaucoup plus facilement dans les cellules contenant la protéine CFTR normale que dans les cellules contenant la protéine CFTR modifiée.

Document 3 : Etude in vivo de la pénétration de Salmonella typhi dans les cellules intestinales de souris

Le modèle consiste à intégrer le gène de la mucoviscidose humaine dans le génome de souris : Ce sont alors des souris transgéniques (réalisé par G.B.Pier).
On étudie la pénétration des bactéries dans les cellules intestinales de trois lotes de souris transgéniques auxquelles on a fait ingérer des Salmonella typhi.

- Souris transgénique homozygote pour l'allèle muté : aucune cellule intestinale infectée.
- Souris transgénique homozygote pour l'allèle normal : très nombreuses cellules intestinales infectées.
- Souris transgénique hétérozygote pour l'allèle étudié : 86% de cellules infectées en moins que dans le lot précédent.

A rendre avec la copie

Numéro de candidat

Question n°4: (2 points)

Complétez le schéma suivant en représentant les chromosomes sachant que :
- La cellule germinale qui subit la méiose est à 2n = 4 chromosomes,
- L'accident chromosomique se déroule en anaphase 1
- Vous distinguerez les paires de chromosomes par des tailles différentes.

Schéma d'un accident de méiose