CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS

Centre de préparation au Diplôme d'État d'Audioprothésiste

Épreuve de mathématiques

5 juin 2012.
Durée 1 heure.

La calculatrice n'est pas autorisée.

Le sujet comporte deux pages, les cinq exercices sont indépendants.
En annexe : un formulaire.
Barème indicatif :
Exercice 1 : 2 pts ; exercice 2 : 6,5 pts ; exercice 3 : 3 pts ; exercice 4 : 3 pts ; exercice 5 : 5,5 pts ;

Exercice 1.

On considère la fonction de la variable réelle x définie par

$$f(x) = \sqrt{3x+1}\cdot(-2x+1)$$

1. Montrer que f est intégrable sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{3} ; 0\right]$

2. Soit $I = \int_{-\frac{1}{3}}^{0} f(x)dx$

a) On considère la variable $u = 3x + 1$.
Exprimer I en fonction de u.

b) En déduire la valeur de I .

Exercice 2.

Soit la fonction f_m de la variable réelle x , définie par :

$$f_m(x) = \frac{e^{1-mx}}{1-mx},$$ où m est un paramètre réel non nul.

On appellera C_m sa courbe représentative dans le plan P, rapporté au repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\mathrm{i}}, \vec{\mathrm{j}}\right)$.

On souhaite étudier, selon les valeurs du paramètre m la fonction f_m sur son ensemble de définition.
Selon m :

1. Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles f_m est définie.
2. Étudier les limites de la fonction et préciser, s'il y en a, l'équation des asymptotes horizontales ou verticales.
3. Déterminer les variations de f_m et récapituler l'ensemble des éléments de l'étude dans un tableau de variation
4. Donner l'allure de la courbe C_m .

Exercice 3.

On considère l'inéquation d'inconnue x , $x \in \mathbb{R}$,

$$(I) \Leftrightarrow \sin x + \sin 3x > \sin 2x$$

1. Écrire l'inéquation sous la forme d'un produit de facteurs, où chaque facteur est une fonction du type $(a\,cosx + b)$ ou $(a\,sinx + b)$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.
2. Résoudre l'inéquation (I) puis placer les solutions sur le cercle trigonométrique.

Exercice 4 .

Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'ensemble des nombres complexes, l'équation d'inconnue z :
$(E) \Leftrightarrow \; z^6 - z^3 + 1 = 0$

On donnera la (ou les) solution(s) sous forme trigonométrique.

Exercice 5.

Soit la fonction de la variable réelle x définie par $f(x) = \sqrt{1 - cos^2 x}$

1. Déterminer l'ensemble sur lequel la fonction est définie.
2. Déterminer la plus petite période T de f .
   Quelle est la parité de f ?
   En déduire l'intervalle I sur lequel on peut limiter l'étude de f .
3. Étudier les variations de f sur I .
   Construire le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-\pi\,; 2\pi]$.
4. Représenter, dans un repère orthogonal, l'allure de f sur l'intervalle $[-\pi\,; 2\pi]$

Formulaire de mathématiques

Trigonométrie :

Soit x un arc, l'image de x est le point $M\,.\,x$, mesure de $\left(\vec{OI},\vec{OM}\right)$

$$\begin{cases} x_M = \cos x & -1 \le \cos x \le 1 \\ y_M = \sin x & -1 \le \sin x \le 1 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} tgx = \dfrac{\sin x}{\cos x}, & x \ne \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\quad k \in Z\,. \end{cases}$$

$$\begin{cases} ctgx = \dfrac{\cos x}{\sin x}, & x \ne k\pi,\quad k \in Z\,. \end{cases}$$

Formules fondamentales :

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + tg^2 x}$$

$$ctgx = \frac{1}{tgx}$$

Formules d'addition :

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$
$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$
$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$
$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Formules de duplication :

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$ $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ $tg2x = \dfrac{2tgx}{1 - tg^2 x}$	Si $t = tg\dfrac{x}{2}$ $\quad \begin{cases} \sin a = \dfrac{2t}{1+t^2} \\ \cos a = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ tga = \dfrac{2t}{1-t^2} \end{cases}.$

Formules de transformation en produit d'une somme ou d'une différence de sinus ou de cosinus :

$$\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2\cos\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$

Formules de transformation en somme ou différence d'un produit de sinus ou de cosinus :

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)$$

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)$$

Dérivées usuelles :

fonctions	Fonctions dérivées	intervalles
$x^n \quad n \in Z$	nx^{n-1}	$\Re^*$.
$x^\alpha \quad \alpha \in \Re$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\Re^{+*}$.
$e^{cx} \quad c \in C$	ce^{cx}	$\Re$.
$Ln\lvert x \rvert$	$\frac{1}{x}$	$\Re^*$.
$\cos x$.	$-\sin x$	$\Re$.
$\sin x$	$\cos x$.	$\Re$.
tgx	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x$	$\Re - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$
$ctgx$	$-\frac{1}{\sin^2 x} = 1 - ctg^2 x$	$\Re - \{k\pi\}$

Primitives usuelles :

fonctions	Fonctions primitives	intervalles
$x^n \quad n \in Z - \{-1\}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\Re$.
$x^\alpha \quad \alpha \in \Re$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\Re^{+*}$.
$e^{cx} \quad c \in C^*$	$\frac{e^{cx}}{c}$	$\Re$.
$\frac{1}{x-a} \quad a \in \Re$.	$Ln\lvert x-a \rvert$.	$\Re - \{a\}$
$\cos x$.	$\sin x$	$\Re$.
$\sin x$	$-\cos x$.	$\Re$.
tgx .	$-Ln\lvert \cos x \rvert$.	$\Re - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$.
$ctgx$	$-Ln\lvert \sin x \rvert$.	$\Re - \{k\pi\}$

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS
Centre de préparation au diplôme d'état d'audioprothésiste
Epreuve de BIOLOGIE
durée (2 heures)
05 JUIN 2012

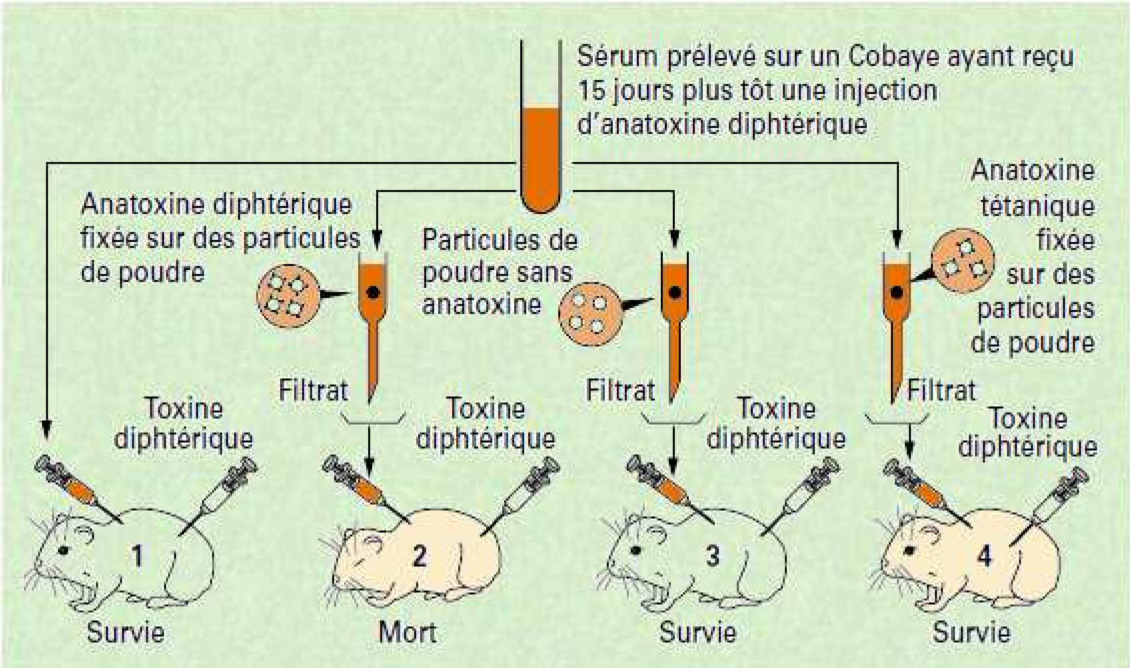
(La calculatrice n'est pas autorisée)

Question 1 : **(5 points)** Résolution d'un problème scientifique à partir de l'exploitation de documents

Lors d'une vaccination contre la diphtérie, le sujet reçoit de l'anatoxine diphtérique toxine diphtérique ayant perdu son pouvoir pathogène mais conservant son pouvoir immunogène. Il développe alors en quelques jours une immunité. Des expériences sont réalisées pour déterminer le mode d'action de cette immunité. Le document ci-joint présente ces expériences et leurs résultats.

Expliquez le résultat de chacune des quatre expériences puis précisez si les trois cobayes vivants seront protégés en cas de nouveau contact avec la toxine diphtérique.

Document : Expériences réalisées sur des cobayes.



Question 2 : **(6 points)** Résolution d'un problème scientifique à partir de l'exploitation de documents

On formule l'hypothèse que chez la souris, la couleur du pelage est gouvernée par un seul gène.

Validez ou invalidez l'hypothèse proposée en la confrontant aux résultats des deux croisements.
Si l'hypothèse est invalidée, trouvez les génotypes possibles des individus permettant d'expliquer les résultats en supposant que le caractère couleur du pelage est géré par deux gènes.
(Il sera tenu compte de la présentation des croisements, des génotypes et phénotypes)

Document : Résultats de croisement de souris.

Croisement n°1 : Souris 1 de lignée pure au pelag e noir X Souris 2 de lignée pure au pelage blanc
Les descendants obtenus (souris F1) sont toutes de pelage noir.

Croisement n°2 : Souris F1 X Souris 3 de lignée pure au pelage blanc.
Les descendants obtenus (souris F2) sont :
- 50% de souris blanches
- 25% de souris brunes
- 25% de souris noires.

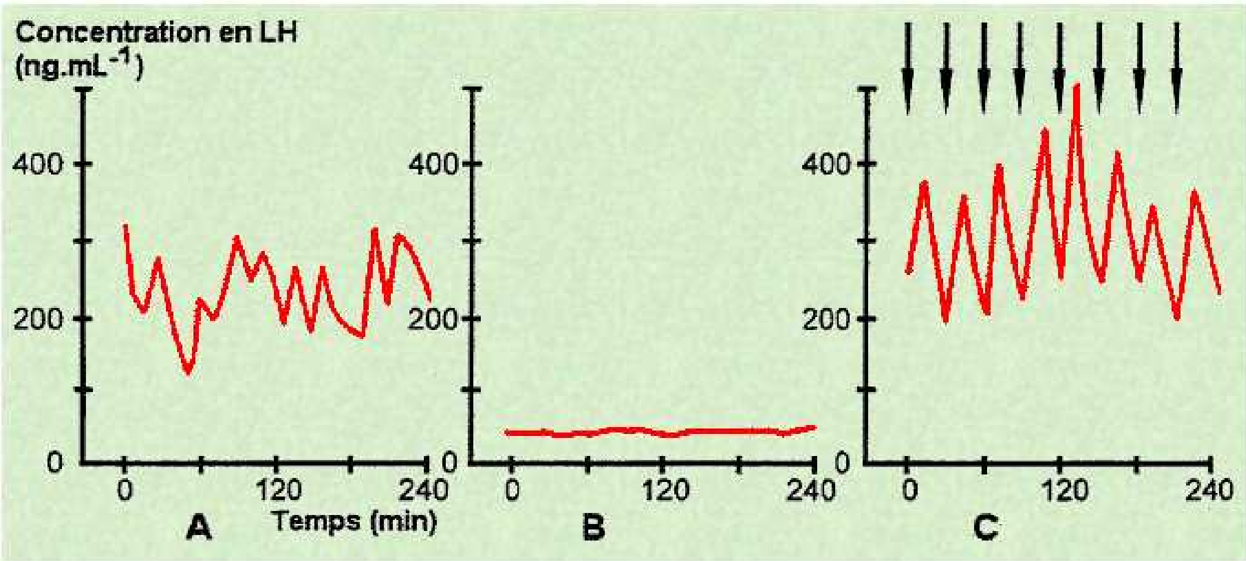
Question 3 : **(6 points)** Résolution d'un problème scientifique à partir de l'exploitation de documents

À partir des informations tirées des documents et de vos connaissances, expliquez comment est contrôlée la sécrétion de l'hormone hypophysaire LH chez les Mammifères mâles.

(Il sera tenu compte de la clarté des analyses des documents. Un schéma fonctionnel est attendu)

Document 1 : Mesure de concentrations en LH chez des rats castrés

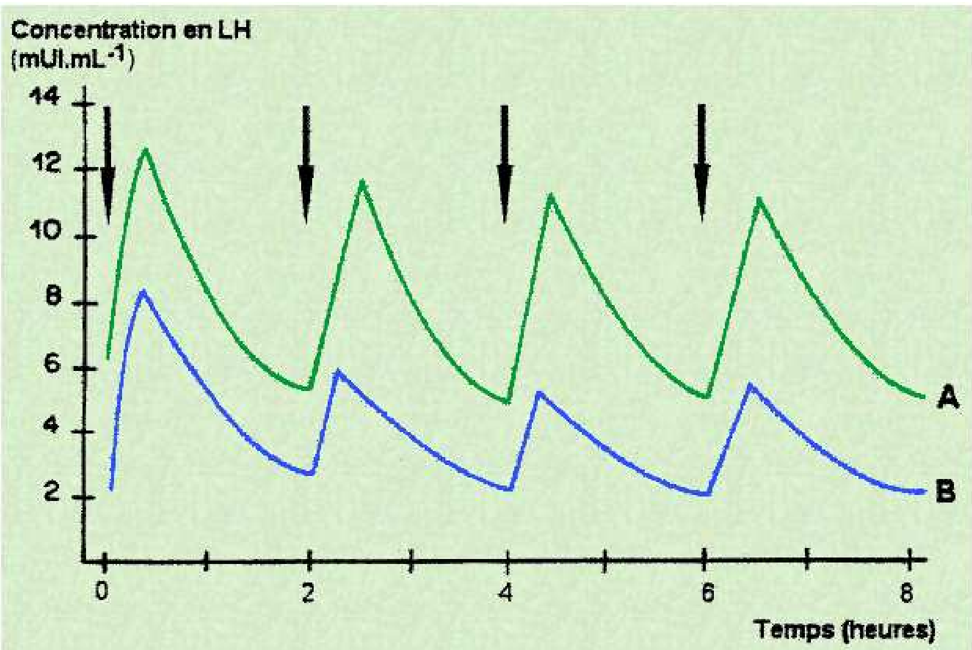
A : Animaux castrés témoins
B : Animaux castrés ayant reçu une injection d'anticorps anti-GnRH
C : Animaux castrés ayant reçu, en plus des anticorps anti GnRH, des injections répétées d'une molécule qui a le même effet que la GnRH (les flèches indiquent le moment des injections).



Document 2 : Mesures de concentrations en LH chez un homme.

On détecte chez un homme une sécrétion de LH très faible et dépourvue de caractère pulsatile.
Afin de mettre au point un traitement thérapeutique, on administre à ce sujet une perfusion pulsatile de GnRH et on mesure simultanément la concentration en LH : les résultats figurent sur la courbe A.
Dans un deuxième temps, on ajoute à la perfusion pulsatile de GnRH une administration continue de testostérone et on poursuit les mesures de la concentration en LH : les résultats figurent sur la courbe B.

Les flèches indiquent le moment des perfusions de GnRH.



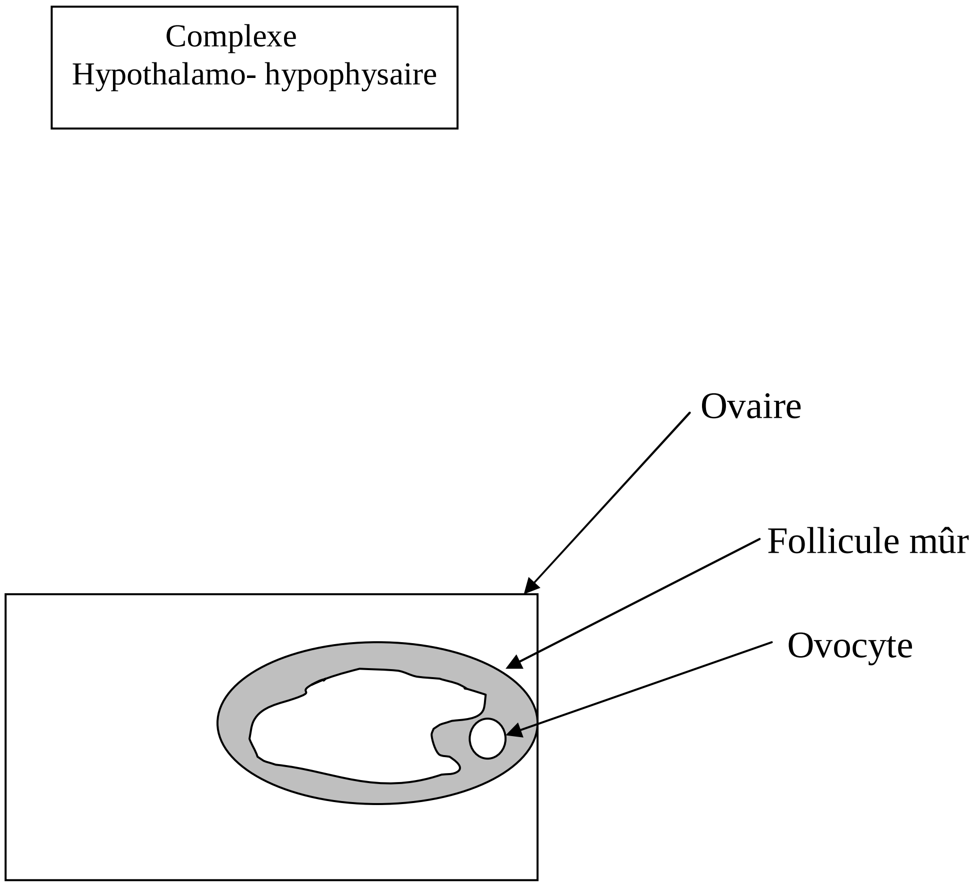
<u>Numéro de candidat</u>

À rendre avec la copie

<u>Question 4</u> : Complétez le schéma suivant afin d'expliquer le déclenchement de l'ovulation. **(3 points)**

il sera tenu compte de la clarté du schéma ainsi que de la chronologie des évènements déclencheurs.

<u>Schéma fonctionnel du système de régulation d'une femme au moment de l'ovulation</u>



C.P.D.A.

CENTRE DE PRÉPARATION AU
DIPLÔME D'ÉTAT D'AUDIOPROTHÉSISTE

Examen d'admission - juin 2012
EPREUVE DE PHYSIQUE

(L'usage de la calculatrice est autorisé)

Durée : 2 heures

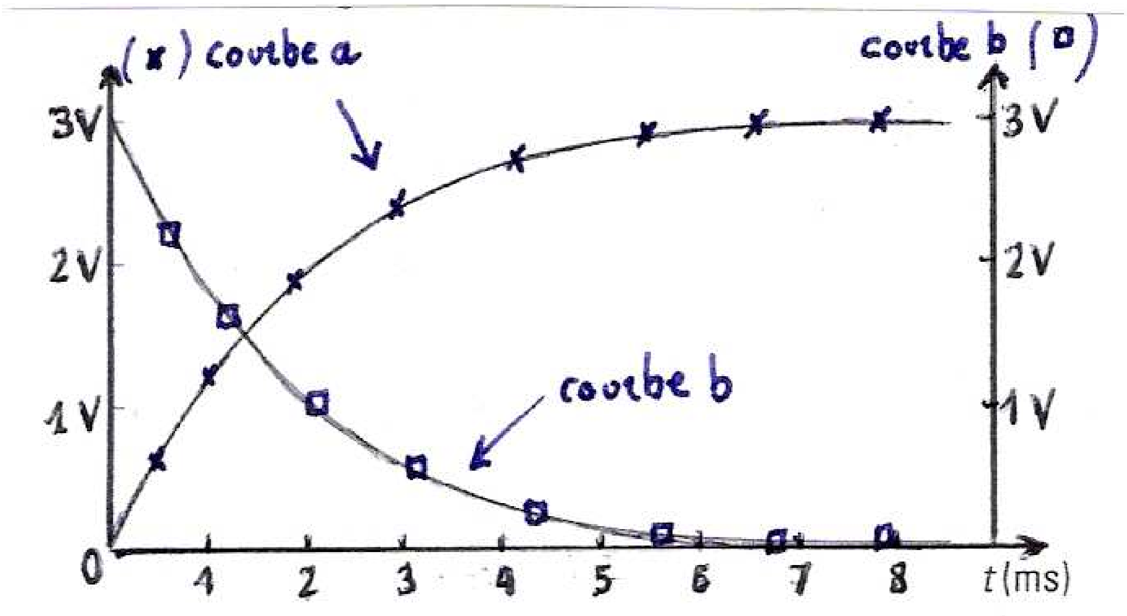
Annexe à remettre avec la copie en mentionnant le n° de copie

EXERCICE 1 : CIRCUIT RC

On associe en série un condensateur de capacité *C* avec un conducteur ohmique de résistance R = 10^4
· · · · aux bornes d'un générateur idéal de tension de fém E.
A l'instant initial t = 0 , on ferme l'interrupteur K qui commande le circuit et on enregistre la charge du condensateur à l'aide d'une interface d'acquisition reliée à un ordinateur.
Un dispositif approprié permet de séparer sans danger la masse du générateur et celle de l'interface.
On souhaite voir apparaître :

- sur la voie 1 , la tension u_1 correspondant à l'évolution de l'intensité *i* du courant dans le circuit ;
- sur la voie 2 , la tension u_2 correspondant à la tension u_C aux bornes du condensateur.

On obtient l'enregistrement ci-dessous :



1) Sur un schéma du montage, faire apparaître les branchements de l'interface, les tensions u_1 et u_2, la tension u_C et la tension u_R aux bornes de la résistance.
2) Préciser en justifiant rigoureusement , sur chaque axe des ordonnées (et donc pour chaque courbe) s'il s'agit de la représentation des tensions u_1 ou $-u_1$, u_2 ou $-u_2$.
3) Déterminer (en détaillant la méthode utilisée) la constante de temps τ du circuit.
4) En déduire la valeur de la capacité *C* du condensateur.
5) Déterminer, avec la justification appropriée, lorsqu'on ferme l'interrupteur :
   a) la valeur de u_C ;
   b) la valeur de la charge *q* du condensateur :

c) la valeur de u_R ;

d) la valeur de l'intensité i du courant électrique :

6) Répondre aux mêmes questions lorsque le régime permanent est atteint.

EXERCICE II : REMONTEE D'UN BALLON

Un ballon sphérique , de volume V = $4{,}2\ 10^{-3}\ m^3$ et de masse m = 25 g , est lâché sans vitesse initiale au fond d'une piscine dont la profondeur est h = 2,50 m.
La masse volumique de l'eau est $\rho = 1{,}0 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$. On prendra $g = 9{,}81\ m\ s^{-2}$.

1) Quelles sont les forces qui agissent sur le ballon pendant sa remontée ? Donner leurs caractéristiques.
2) a) Ecrire littéralement l'équation différentielle régissant le mouvement en prenant une force de frottement fluide de la forme $f = k\ v^2$ avec k = 6,975 en unité SI , v la vitesse du centre d'nertie du ballon et en utisant un axe Oz vertical dirigé vers le haut.
   b) Montrer que l'on a $dv/dt = 1638 - 279\ v^2$ en unité SI.
3) a) A l'aide de la méthode d'Euler, exprimer la vitesse v_n en fonction de v_{n-1} , a_{n-1} et du pas Δt.
   b) Faire de même pour l'altitude z_n en fonction de z_{n-1} , v_{n-1} et Δt.
4) a) Calculer les valeurs de z et celles de v en utilisant un pas Δt = 0,5 ms et en se limitant à une durée de 5 ms.
   b) Tracer le graphique représentant la vitesse v en fonction du temps.
   c) Quelle est la valeur de la vitesse limite ? Correspond-elle à la valeur attendue ?
   d) A quelle date peut-on considérer que le ballon a atteint cette vitesse limite ? Quelle est alors la distance parcourue par le ballon depuis l'instant où il a été lâché ? Que peut-on en conclure sur le mouvement du ballon ?
   e) Déterminer au bout de combien de temps le ballon a atteint la surface.

EXERCICE III : RESSORTS ET PENDULE SIMPLE

On dispose de deux ressorts identiques , de constante de raideur k , de longueur à vide l_0 et de masse négligeable , d'un solide de masse m considéré ponctuel et d'un fil inextensible de longueur l , lui aussi de masse négligeable.

1) On suspend successivement à l'extrémité d'un des ressorts un objet de masse m_1 puis un autre de masse m_2. Le ressort prend alors respectivement les longueurs l_1 puis l_2. Donner les expressions littérales puis calculer la valeur de la constante de raideur k du ressort et de la longueur à vide l_0.
2) Le solide de masse m peut se déplacer sur un banc à coussin d'air horizontal. Il est solidaire des ressorts dont les autres extrémités sont fixées en des points M et N.
   a) Quelle énergie un opérateur doit-il apporter aux ressorts pour écarter la masse de 5,0 cm de sa position d'équilibre ? On pourra considérer que dans la position initiale, aucun des ressorts n'est tendu ou comprimé et que l'énergie potentielle élastique est alors nulle.
   b) L'opérateur abandonne ensuite le solide sans vitesse initiale. Calculer la période des oscillations.
   c) Calculer la valeur maximale de la vitesse du solide.
   d) Calculer la valeur de sa vitesse lorsqu'il se trouve à 3,0 cm de sa position d'équilibre.
3) On accroche le solide à l'extrémité du fil de longueur l , l'autre extrémité du fil étant fixée en un point P fixe.
   a) Calculer la longueur l pour que la période des petites oscillations du pendule simple ainsi constitué soit la même que celle du pendule élastique précédent.
   b) L'opérateur apporte la même énergie au pendule simple que celle qu'il a apportée au pendule élastique. Calculer l'amplitude angulaire du mouvement (on négligera tous les frottements ainsi que la poussée d'Archimède).

Données :

m_1 = 100 g	m_2 = 200 g
l_1 = 32,9 cm	l_2 = 45,8 cm
m = 254 g	$g = 9{,}8\ N\ kg^{-1}$